

Министерство просвещения РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Ярославский государственный педагогический университет
им. К.Д. Ушинского»

Утверждаю
Проректор по учебной работе
А. М. Ермаков
21 мая 2020 г.



Программа вступительного экзамена по математике

Программу составили:
к.ф.-м.н., доцент кафедры теории и
методики обучения информатике,

Корнилов П.А

к.п.н., доцент кафедры геометрии и
алгебры,

Суворова М.А.

Программа утверждена
на заседании приемной комиссии
Протокол № 3 от 21.05.2020

Ярославль 2020

Пояснительная записка

Программа составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом среднего общего образования, государственному стандарту образования и примерной программе по математике

Программа составлена на основании следующих нормативных документов:

- Федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования, утвержденный Приказом Минобрнауки РФ от 17.05.2012г № 413 (в ред. Приказов Минобрнауки РФ от 29.12.2014 №1645, от 31.12.2015 №1578, от 29.06.2017 №613);

-примерные программы, созданные на основе федерального государственного образовательного стандарта;

-примерный учебный план общеобразовательных учреждений Российской федерации, утвержденный приказом Минобрнауки РФ №1312 от 09.03.2004 (в ред. Приказов Минобрнауки РФ от 20.08.2008 №241, от 30.08.2010 №889, от 03.06.2011 №1994, от 01.02.2012 №74).

1. Задачи

Проверить комплекс умений по предмету:

- уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни;
- уметь выполнять вычисления и преобразования;
- уметь решать уравнения и неравенства;
- уметь выполнять действия с функциями;
- уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами;
- уметь строить и исследовать математические модели.

2.Содержание

№ п/п	Наименование раздела	Содержание раздела
1.	Алгебра	1.1 Числа, корни и степени 1.1.1 Целые числа 1.1.2 Степень с натуральным показателем 1.1.3 Дроби, проценты, рациональные числа 1.1.4 Степень с целым показателем 1.1.5 Корень степени $n > 1$ и его свойства 1.1.6 Степень с рациональным показателем и её свойства 1.1.7 Свойства степени с действительным показателем 1.2 Основы тригонометрии 1.2.1 Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла 1.2.2 Радианная мера угла 1.2.3 Синус, косинус, тангенс и котангенс числа 1.2.4 Основные тригонометрические тождества 1.2.5 Формулы приведения 1.2.6 Синус, косинус и тангенс суммы и разности двух углов 1.2.7 Синус и косинус двойного угла 1.3 Логарифмы

		<p>1.3.1 Логарифм числа 1.3.2 Логарифм произведения, частного, степени 1.3.3 Десятичный и натуральный логарифмы, число e 1.4 Преобразования выражений 1.4.1 Преобразования выражений, включающих арифметические операции 1.4.2 Преобразования выражений, включающих операцию возведения в степень 1.4.3 Преобразования выражений, включающих корни натуральной степени 1.4.4 Преобразования тригонометрических выражений 1.4.5 Преобразование выражений, включающих операцию логарифмирования 1.4.6 Модуль (абсолютная величина) числа</p>
	<p>2 Уравнения и неравенства</p>	<p>2.1 Уравнения 2.1.1 Квадратные уравнения 2.1.2 Рациональные уравнения 2.1.3 Иррациональные уравнения 2.1.4 Тригонометрические уравнения 2.1.5 Показательные уравнения 2.1.6 Логарифмические уравнения 2.1.7 Равносильность уравнений, систем уравнений 2.1.8 Простейшие системы уравнений с двумя неизвестными 2.1.9 Основные приёмы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных 2.1.10 Использование свойств и графиков функций при решении уравнений 2.1.11 Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений с двумя переменными и их систем 2.1.12 Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учёт реальных ограничений 2.2 Неравенства 2.2.1 Квадратные неравенства 2.2.2 Рациональные неравенства 2.2.3 Показательные неравенства 2.2.4 Логарифмические неравенства 2.2.5 Системы линейных неравенств 2.2.6 Системы неравенств с одной переменной 2.2.7 Равносильность неравенств, систем неравенств 2.2.8 Использование свойств и графиков функций при решении неравенств 2.2.9 Метод интервалов 2.2.10 Изображение на координатной плоскости множества решений неравенств с двумя переменными и их систем</p>

3	Функции	<p>3.1 Определение и график функции</p> <p>3.1.1 Функция, область определения функции</p> <p>3.1.2 Множество значений функции</p> <p>3.1.3 График функции. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях</p> <p>3.1.4 Обратная функция. График обратной функции</p> <p>3.1.5 Преобразования графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат</p> <p>3.2 Элементарное исследование функций</p> <p>3.2.1 Монотонность функции. Промежутки возрастания и убывания</p> <p>3.2.2 Чётность и нечётность функции</p> <p>3.2.3 Периодичность функции</p> <p>3.2.4 Ограниченность функции</p> <p>3.2.5 Точки экстремума (локального максимума и минимума) функции</p> <p>3.2.6 Наибольшее и наименьшее значения функции</p> <p>3.3 Основные элементарные функции</p> <p>3.3.1 Линейная функция, её график</p> <p>3.3.2 Функция, описывающая обратную пропорциональную зависимость, её график</p> <p>3.3.3 Квадратичная функция, её график</p> <p>3.3.4 Степенная функция с натуральным показателем, её график</p> <p>3.3.5 Тригонометрические функции, их графики</p> <p>3.3.6 Показательная функция, её график</p> <p>3.3.7 Логарифмическая функция, её график</p>
4	Начала математического анализа	<p>4.1 Производная</p> <p>4.1.1 Понятие о производной функции, геометрический смысл производной</p> <p>4.1.2 Физический смысл производной, нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком</p> <p>4.1.3 Уравнение касательной к графику функции</p> <p>4.1.4 Производные суммы, разности, произведения, частного</p> <p>4.1.5 Производные основных элементарных функций</p> <p>4.1.6 Вторая производная и её физический смысл</p> <p>4.2 Исследование функций</p> <p>4.2.1 Применение производной к исследованию функций и построению графиков</p> <p>4.2.2 Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах</p> <p>4.3 Первообразная и интеграл</p> <p>4.3.1 Первообразные элементарных функций</p> <p>4.3.2 Примеры применения интеграла в физике и геометрии</p>
5	Геометрия	5.1 Планиметрия

		<p>5.1.1 Треугольник</p> <p>5.1.2 Параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат</p> <p>5.1.3 Трапеция</p> <p>5.1.4 Окружность и круг</p> <p>5.1.5 Окружность, вписанная в треугольник, и окружность, описанная около треугольника</p> <p>5.1.6 Многоугольник. Сумма углов выпуклого многоугольника</p> <p>5.1.7 Правильные многоугольники. Вписанная окружность и описанная окружность правильного многоугольника</p> <p>5.2 Прямые и плоскости в пространстве</p> <p>5.2.1 Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые; перпендикулярность прямых</p> <p>5.2.2 Параллельность прямой и плоскости, признаки и свойства</p> <p>5.2.3 Параллельность плоскостей, признаки и свойства</p> <p>5.2.4 Перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства; перпендикуляр и наклонная; теорема о трёх перпендикулярах</p> <p>5.2.5 Перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства</p> <p>5.2.6 Параллельное проектирование. Изображение пространственных фигур</p> <p>5.3 Многогранники</p> <p>5.3.1 Призма, её основания, боковые рёбра, высота, боковая поверхность; прямая призма; правильная призма</p> <p>5.3.2 Параллелепипед; куб; симметрии в кубе, в параллелепипеде</p> <p>5.3.3 Пирамида, её основание, боковые рёбра, высота, боковая поверхность; треугольная пирамида; правильная пирамида</p> <p>5.3.4 Сечения куба, призмы, пирамиды</p> <p>5.3.5 Представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр)</p> <p>5.4 Тела и поверхности вращения</p> <p>5.4.1 Цилиндр. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развёртка</p> <p>5.4.2 Конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развёртка</p> <p>5.4.3 Шар и сфера, их сечения</p> <p>5.5 Измерение геометрических величин</p> <p>5.5.1 Величина угла, градусная мера угла, соответствие между величиной угла и длиной дуги окружности</p> <p>5.5.2 Угол между прямыми в пространстве, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями</p> <p>5.5.3 Длина отрезка, ломаной, окружности; периметр многоугольника</p> <p>5.5.4 Расстояние от точки до прямой, от точки до плоскости; расстояние между параллельными и скрещивающимися прямыми; расстояние между параллельными плоскостями</p>
--	--	--

		<p>5.5.5 Площадь треугольника, параллелограмма, трапеции, круга, сектора</p> <p>5.5.6 Площадь поверхности конуса, цилиндра, сферы</p> <p>5.5.7 Объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара</p> <p>5.6 Координаты и векторы</p> <p>5.6.1 Координаты на прямой, декартовы координаты на плоскости и в пространстве</p> <p>5.6.2 Формула расстояния между двумя точками, уравнение сферы</p> <p>5.6.3 Вектор, модуль вектора, равенство векторов, сложение векторов и умножение вектора на число</p> <p>5.6.4 Коллинеарные векторы. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам</p> <p>5.6.5 Компланарные векторы. Разложение по трём некопланарным векторам</p> <p>5.6.6 Координаты вектора, скалярное произведение векторов, угол между векторами</p>
	6 Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей	<p>6.1 Элементы комбинаторики</p> <p>6.1.1 Поочередный и одновременный выбор</p> <p>6.1.2 Формулы числа сочетаний и перестановок. Бином Ньютона</p> <p>6.2 Элементы статистики</p> <p>6.2.1 Табличное и графическое представление данных</p> <p>6.2.2 Числовые характеристики рядов данных</p> <p>6.3 Элементы теории вероятностей</p> <p>6.3.1 Вероятности событий</p> <p>6.3.2 Примеры использования вероятностей и статистики при решении прикладных задач</p>

3. Примеры вопросов собеседования для контроля знаний

1. Натуральные числа. Делимость. Простые и составные числа. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное.
2. Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10.
3. Целые, рациональные и действительные числа. Модуль числа, степень, корень, арифметический корень, логарифм. Синус, косинус, тангенс, котангенс числа (угла). Арксинус, арккосинус, арктангенс, арккотангенс числа.
4. Числовые и буквенные выражения, равенства и тождества.
5. Функция, ее область определения и область значений. Возрастание, убывание, периодичность, четность, нечетность. Наибольшее и наименьшее значения функции. График функции.
6. Линейная, квадратичная, степенная, показательная, логарифмическая, тригонометрические функции.
7. Уравнения, неравенства, системы; Решения (корни) уравнения, неравенства, системы. Равносильность.
8. Арифметическая и геометрическая прогрессии.
9. Прямая на плоскости. Луч, отрезок, ломаная, угол.
10. Треугольник, медиана, биссектриса, высота.
11. Выпуклый многоугольник. Квадрат, прямоугольник, параллелограмм, ромб, трапеция. Правильный многоугольник. Диагональ многоугольника.
12. Окружность и круг. Радиус, хорда, диаметр, касательная, секущая. Дуга окружности и круговой сектор. Центральные и вписанные углы.

13. Прямая и плоскость в пространстве. Двугранный угол.
14. Многогранник. Куб, параллелепипед, призма, пирамида.
15. Цилиндр, конус, шар, сфера.
16. Равенство и подобие фигур. Симметрия.
17. Параллельность и перпендикулярность прямых, плоскостей. Скрещивающиеся прямые.
18. Угол между прямыми, плоскостями, прямой и плоскостью.
19. Касание. Вписанные и описанные фигуры на плоскости и в пространстве. Сечение фигуры плоскостью.
20. Величина угла. Длина отрезка, окружности и дуги окружности. Площадь многоугольника, круга и кругового сектора. Площадь поверхности и объем многогранника, цилиндра, конуса, шара.
21. Координатная прямая. Декартовы координаты на плоскости и в пространстве. Векторы.
22. Определение, свойства функции $y = kx + b$ и ее график.
23. Определение, свойства функции $y = \frac{k}{x} + b$ и ее график.
24. Определение, свойства функции $y = ax^2 + bx + c$ и ее график.
25. Вывод формулы корней квадратного уравнения. Теорема о разложении квадратного трехчлена на линейные множители. Теорема Виета.
26. Свойства числовых неравенств.
27. Формулы общего члена и суммы n первых членов арифметической прогрессии.
28. Формулы общего члена и суммы n первых членов геометрической прогрессии.
29. Свойства степеней с натуральными и целыми показателями. Свойства арифметических корней n -ой степени. Свойства степеней с рациональными показателями.
30. Свойства степенной функции с целым показателем и ее график.
31. Определение, свойства (с доказательствами) показательной функции и ее график.
32. Основное логарифмическое тождество. Логарифмы произведения, степени, частного. Формула перехода к новому основанию.
33. Определение, свойства (с доказательствами) логарифмической функции и ее график.
34. Определение, свойства (с доказательствами) функций $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$ и их графики.
35. Формулы общего решения уравнений вида $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$.
36. Формулы приведения.
37. Зависимости между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента.
38. Формулы сложения. Тригонометрические функции двойного аргумента.
39. Свойства равнобедренного треугольника.
40. Свойства серединного перпендикуляра к отрезку.
41. Признаки параллельности прямых.
42. Сумма углов треугольника. Сумма внутренних углов выпуклого многоугольника.
43. Признаки равенства треугольников.
44. Признаки параллелограмма. Свойства параллелограмма.
45. Свойства касательной к окружности; свойство касательных, проведенных из одной точки к окружности.
46. Теорема о равенстве произведений отрезков двух пересекающихся хорд. Теорема о равенстве квадрата касательной произведению секущей на ее внешнюю часть.
47. Свойство четырехугольника, вписанного в окружность. Свойство четырехугольника, описанного около окружности.
48. Теорема об окружности, вписанной в треугольник. Теорема об окружности, описанной около треугольника.

49. Измерение угла, вписанного в окружность. Теорема об угле, образованном касательной и хордой.
50. Теорема Фалеса. Признаки подобия треугольников.
51. Теорема Пифагора.
52. Выводы формул для вычисления площадей параллелограмма, треугольника, трапеции.
53. Вывод формулы расстояния между двумя точками, заданными своими координатами. Уравнение окружности.
54. Признак параллельности прямой и плоскости.
55. Признак параллельности плоскостей.
56. Теоремы о перпендикулярности прямой и плоскости.
57. Перпендикулярность двух плоскостей.
58. Теоремы о параллельности и перпендикулярности двух плоскостей.
59. Теорема о трех перпендикулярах.
60. Формулы комбинаторики
61. Классическое определение вероятности и ее свойства
62. Табличное и графическое представление данных
63. Числовые характеристики рядов данных

4. Особенности проведения вступительного испытания

4.1. Вступительное испытание проводится в дистанционной форме с использованием средств видеоконференцсвязи. Для участия во вступительном испытании необходимо электронное устройство, оснащенное видеокамерой.

4.2. Вступительное испытание проводится в форме собеседования по вопросам, указанным в разделе программы «Содержание».

4.3. Порядок проведения вступительного испытания:

Шаг 1. В течение дня, предшествующего дню вступительного испытания, поступающий получает на указанный им в заявлении электронный адрес (e-mail) ссылку на видеоконференцию.

Шаг 2. В этот же день в установленное и объявленное приемной комиссией время поступающий может принять участие в консультации по вопросам порядка проведения собеседования и содержания вступительного испытания, подключившись к видеоконференции.

Шаг 3. В установленный расписанием вступительных испытаний день и час их начала поступающий подключается к видеоконференции.

Шаг 4. Поступающий называет свою фамилию, имя и отчество (при наличии).

Шаг 5. После завершения идентификации поступающий выполняет тест, а затем председатель и члены предметной приемной комиссии задают вопросы поступающему, отвечать на которые требуется без подготовки. Собеседование продолжается в течение 5-10 минут.

4.4. Результаты вступительного испытания публикуются на официальном сайте университета до конца рабочего дня, в который проводится вступительное испытание.

5.Рекомендуемая литература

а) основная

1. Алгебра и начала анализа. 10-11кл. Учебники для общеобразовательных учреждений под редакцией:
 - а) А.Н. Колмогорова
 - б) А.Г. Мордковича
 - в) С.М. Никольского.
2. Геометрия 7-9, Геометрия 10-11 под ред. Л.С. Атанасяна (учебники для сред. школ) (издания с 2006 г.). – М.: Просвещение.

3. Демонстрационный вариант ЕГЭ текущего учебного года. – <http://www.fipi.ru>
4. Кузин Г.А. Математика. Решение задач с параметрами [Электронный ресурс] : учебное пособие / Г.А. Кузин. — Электрон. текстовые данные. — Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет, 2014. — 66 с. — 978-5-7782-2396-7. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/44670.html>
5. Нахман А.Д. Тригонометрия в упражнениях и задачах [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.Д. Нахман. — Электрон. текстовые данные. — Саратов: Вузовское образование, 2017. — 93 с. — 978-5-4487-0029-3. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/65838.html>

б) дополнительная

1. Учебники по алгебре для основной школы (с 2006 г.)
Учебные комплекты авторов:
 - а) под ред. Г.В. Дорофеева
 - б) А. Г. Мордкович
 - в) Ю.Н. Макарычев и др. (под ред. С.И. Теляковского)
 - г) под ред. Ш.А. Алимова
2. Епифанова Н.М., Меньшикова Н.А. Подготовка к экзамену по математике (для слушателей подготовительного отделения). – Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 2010.
<http://cito-web.yspu.org/link1/metod/met146/met146.html>
3. Пособия для подготовки к ЕГЭ по математике, выпущенные Федеральным институтом педагогических измерений (ФИПИ) в текущем учебном году.
5. Выготский М.Я. Справочник по элементарной математике. издания разных лет.;
6. Рабочие тетради по математике серии ЕГЭ 2013, 2014, 2015 под редакцией А.Л. Семенова, И.В. Ященко.

в). Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы)

1. Сайт федеральной службы по надзору в сфере образования и науки ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ НАУЧНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ «Федеральный институт педагогических измерений»<http://www.fipi.ru>
2. Образовательный портал для подготовки к экзаменам: <https://ege.sdamgia.ru/>
3. Сайт для подготовки к ЕГЭ по математике <http://alexlarin.net/ege20.html>
4. Научная электронная библиотека eLIBRARY.ru – рефераты, полные тексты научных статей из российских и зарубежных журналов;
5. Электронно-библиотечная система IPRbooks - полнотекстовая база учебных и учебно-методических электронных изданий (<http://www.iprbookshop.ru>)
6. ФГНУ «Научная педагогическая библиотека имени К. Д. Ушинского» <http://elib.gnpbu.ru/>.
7. Электронно-библиотечная система «ЭБС ЮРАЙТ» - полнотекстовая база учебных и учебно-методических электронных изданий (www.biblio-online.ru)
8. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» <http://window.edu.ru/>.
9. Научная педагогическая электронная библиотека <http://elib.gnpbu.ru/>

6. Критерии оценивания заданий вступительных испытаний

Тест		50 баллов
	Задания с вводом ответа (баллы по заданиям распределяются в зависимости от сложности)	34 балла

	задачи от 3 до 12 баллов)	
	Задание с развернутым ответом	16 баллов
Устное собеседование		50 баллов

Критерии оценивания задания с развернутым ответом (максимально 16 баллов)

Абитуриент полно раскрыл содержание материала в объеме, предусмотренном программой, изложил материал грамотным языком в определенной логической последовательности, точно используя математическую терминологию и символику; правильно выполнил рисунки, чертежи, графики, сопутствующие ответу; показал умение иллюстрировать теоретические положения конкретными примерами, применять их в новой ситуации; продемонстрировал сформированность и устойчивость умений и навыков; отвечал самостоятельно без наводящих вопросов. Возможны неточности при освещении второстепенных вопросов или в выкладках	13-16	За каждую допущенную неточность в решении снимается один балл
Представленное решение задачи может содержать один из недостатков: в изложении допущены небольшие пробелы, не исказившие математическое содержание ответа: допущены один два недочета при освещении основного содержания ответа; допущены ошибка или более двух недочетов при освещении второстепенных вопросов или в выкладках.	9-12	За каждую допущенную неточность при ответе снимается один балл
Абитуриент неполно или непоследовательно раскрыл содержание материала, но показал общее понимание вопроса, допущены ошибки в определении понятий, использовании математической терминологии, чертежах, выкладках; абитуриент не справился с применением теории для решения практического задания; при знании теоретического материала выявлена недостаточная сформированность основных умений и навыков.	5-8	За каждую допущенную ошибку при ответе снимается один балл
Абитуриент не раскрыл основное содержание учебного материала; обнаружил незнание или непонимание большей или наиболее важной части учебного материала: допущены ошибки в определении понятий, при использовании математической терминологии, в рисунках, чертежах или графиках, в выкладках.	1-4	За каждую допущенную ошибку при ответе снимается один балл
Абитуриент не предоставил решение.	0	

Критерии оценивания устного собеседования (максимально 50 баллов)

Абитуриенту задается 2 вопроса (ответ на каждый вопрос максимально оценивается в 25 баллов)

абитуриент демонстрирует	20-25 баллов	За каждую допущенную
--------------------------	--------------	----------------------

грамотную математическую речь, умение логически мыслить и аргументировать все шаги; в решении задачи приведена верная последовательность всех шагов решения, все преобразования и вычисления выполнены верно. Получен верный ответ.		ошибку при ответе снимается один балл
демонстрирует грамотную математическую речь, умение логически мыслить и аргументировать все шаги; в решении задачи приведена верная последовательность всех шагов решения, допущена описка и (или) вычислительная ошибка, не влияющие на дальнейший ход решения	15-19	За каждую допущенную ошибку при ответе снимается один балл
демонстрирует умение пользоваться математической речью и символикой, показывает знание основных понятий и теорем, в решении задачи допущены описки и (или) вычислительные ошибки, в результате которых получен неверный ответ	10-14	За каждую допущенную ошибку при ответе снимается один балл
абитуриент демонстрирует знание некоторых понятий и незнание теорем по предложенной задаче	1-9	За каждую допущенную ошибку при ответе снимается один балл
Нет ответа ни на один вопрос по задаче	0	